

Determinación de los perfiles de temperatura y tiempo en un proceso de transferencia de calor en tierra vertida

Edgardo Jonathan Suárez Domínguez

Correo electrónico:jsd@mics.edu.mx

Mexican Institute of Complex Systems, Tamaulipas, México

Artículo Original

Yolanda Guadalupe Aranda Jiménez

Correo electrónico:yaranda@uat.edu.mx

Universidad Autónoma de Tamaulipas, México

Arturo Palacio Pérez

Correo electrónico:apalaciop@ii.unam.mx

Universidad Nacional Autónoma de México, México

Elena Izquierdo Kulich

Correo electrónico:elenaik@fq.uh.cu

Universidad de La Habana, La Habana, Cuba

Resumen

La tierra vertida constituye una alternativa actual que puede dar solución a la edificación de inmuebles verticales en lugares con población de bajos recursos debido a que utiliza la tierra procedente del medio circundante. En este caso deben estudiarse diferentes propiedades de la misma, entre las cuales se encuentra la conductividad térmica, relacionada con el confort de las viviendas y que es de gran importancia en climas extremos. En los estudios sobre la conductividad térmica resulta muy útil el empleo de modelos matemáticos apropiados que permitan predecir el comportamiento del flujo de calor y la temperatura de la pared, que debe tomarse en cuenta en el diseño. En el presente trabajo se propone un modelo matemático para describir el flujo de calor en estado no estacionario en una pared construida a partir de tierra vertida. Se determinó que el modelo propuesto es de apropiado para el caso más representativo de este material usado en México.

Palabras claves: tierra vertida, perfil de temperatura, transferencia de calor

Recibido: 30 de julio del 2014 Aprobado: 27 de octubre del 2014

INTRODUCCIÓN

La tierra vertida es un suelo de características plásticas, que contiene agregados finos y gruesos, incluso hasta grava, y que puede desempeñar la misma función que el concreto magro [1].

De acuerdo con la Fundación Antonio Font Bedoya, de España, la técnica de tierra vertida es conocida como falsa tapia, tapia vertida o tapialejo; en Estados Unidos se conoce como *poured earth* y en Francia se le denomina *terre coulée*. Esta técnica fue usada en Brasil en 1950, posteriormente se realizaron nuevas concepciones de elementos de tierra

prefabricados pero no fue hasta fines de 1972 que en Zeralda, Argelia, donde se logran las primeras casas construidas con tierra vertida estabilizada al 7 %, con cal y muros de 0,40 m de ancho [2]. En México se encuentran antecedentes prehispánicos en la cueva de las Cuarenta Casas en Chihuahua, donde se utilizó tierra estabilizada con mucílago de nopal.

Las pruebas realizadas generalmente han sido empíricas, sin desarrollar operaciones matemáticas que permitan representar las propiedades del material y tratar de predecir su comportamiento ante otras características climáticas,

como la temperatura [3]. La tierra vertida es una técnica más sencilla que necesita tiempos más cortos que otras alternativas similares, como el tapial, pero no es tan empleada. Por esta razón es interesante ampliar los estudios vinculados con sus propiedades, especialmente las relacionados con la transmitancia de calor, de forma tal, que se garantice una construcción integralmente confortable para el usuario.

Son pocos los estudios de componentes de edificaciones empleando tierra respecto a la explicación de los procesos de calor ocurridos, aunque se han realizado modelos para el tapial [4]. Los estudios asociados con la resistencia a la compresión han sido mayores en elementos estabilizados con cemento [5]. En contraposición a este hecho, el concreto magro es altamente utilizado pero debe señalarse su alta capacidades calorífica.

De igual forma, el conocimiento de las propiedades de los materiales es de alta relevancia para su uso en ingeniería, principalmente en diseño estructural, incluyéndose en el análisis de la eficiencia energética que debe cubrir una edificación [6] y aunque en estructuras de tierra existen procedimientos superficiales para disminuir la transferencia térmica [7], es preferible utilizar materiales que directamente tengan baja capacidad calorífica [8] y modelos existentes en transferencia de calor en estructuras verticales [9,10], por lo que es importante adecuarlos a los casos específicos como en tierra vertida, cuyo conocimiento se encuentra en proceso de profundización.

El objetivo del presente trabajo es determinar el coeficiente de difusividad térmica de la tierra vertida a partir del ajuste de los datos experimentales observados a un modelo fenomenológico que describe el comportamiento del perfil de temperatura en estado no estacionario para un sólido, donde el mecanismo de transporte de calor es la conducción.

MÉTODO Y MATERIALES

A partir del prototipo de vivienda experimental sustentable, proyecto apoyado por el consejo tamaulipeco de ciencia y tecnología (COTACYT), se elaboraron cilindros de tierra vertida, de suelo arcilloso estabilizado con 6 % de cemento portland cp30 y 10 % de agua [11]. Estos cilindros se curaron de acuerdo con la norma NMX-C-160-ONNCE-2004 [12] y después de 28 días, fueron cortados con una altura de 10 cm.

Las paredes de los cilindros obtenidos fueron recubiertas con un aislante térmico, y expuestos en la parte inferior a una temperatura de 42°C, midiéndose el comportamiento del perfil de temperatura con respecto al tiempo utilizando termopares localizados a una distancia de 2 cm entre sí los tres primeros, y 3 cm el cuarto, donde el primero se encuentra a 1 cm del fondo de la muestra. La precisión de los sensores de temperatura es ±0,1 °C. En la figura 1 se muestra el esquema del sistema experimental utilizado.

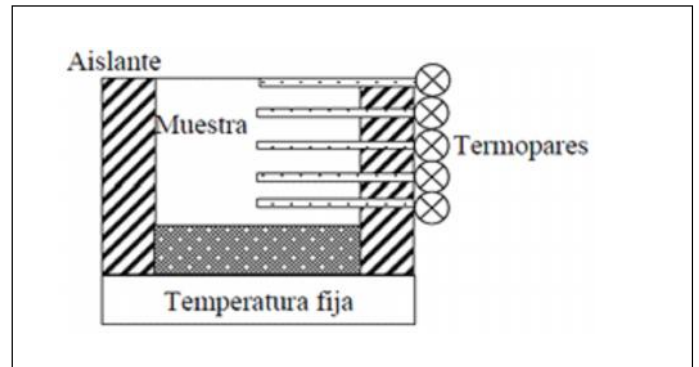


Fig. 1. Representación esquemática del sistema experimental utilizado

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Obtención del modelo fenomenológico

En la literatura, es frecuente encontrar estudios que explican el fenómeno de conducción [13], sin embargo, generalmente el estudio se desarrolla en el equilibrio y condiciones estáticas.

Para obtener el modelo fenomenológico se considera un sólido que se encuentra inicialmente a una temperatura uniforme e igual a T_0 , y que se expone para un tiempo igual a cero a una fuente de calor, de tal forma, que para $x = y$ la temperatura es igual a T_f para cualquier tiempo mayor que cero. Debido a la transferencia de calor por conducción la temperatura se incrementa para $x > y$, hasta que para un tiempo infinito se alcanza una temperatura de estado estacionario igual a T_f . Para describir la evolución del perfil de temperatura con respecto al tiempo se parte de la ecuación de cambio para la temperatura:

$$\rho C_p \frac{\partial T_{x,t}}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_{x,t}}{\partial x^2} + Q \quad (1)$$

donde:

ρ : Densidad.

C_p : Capacidad calórica.

k : Coeficiente de conductividad térmica.

$T_{x,t}$: Temperatura a la distancia x en el tiempo t .

Q : Cantidad de calor transferido por la fuente, el cual está dado por:

$$Q = U(T_1 - T_{x,t}) \quad (2)$$

En este caso U representa el coeficiente de transferencia de calor en la pared del sólido expuesta a la fuente de calor. Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (1) se obtiene:

$$\rho C_p \frac{\partial T_{x,t}}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_{x,t}}{\partial x^2} + U(T_1 - T_{x,t}) \quad (3)$$

A partir de la ecuación (3) se definen los parámetros:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \text{ y } \beta = \frac{U}{\rho C_p} \quad (4)$$

Donde el parámetro α es la difusividad térmica, la cual representa la relación entre la conductividad térmica del sólido y el producto de su densidad y su capacidad calorífica; aquí el valor de α depende de las características químico-físicas del material. El parámetro β involucra al coeficiente de transferencia de calor entre la fuente y la parte inferior del cilindro y depende además, de las características químico-físicas, de las propiedades superficiales del sólido.

Para resolver la ecuación (5) se aplica la transformada de Laplace, de forma tal que la ecuación diferencial parcial pueda ser expresada como una ecuación diferencial ordinaria con parámetros en función de s :

$$sT_{x,s} - T_{x,t=0} = \alpha \frac{\partial^2 T_{x,s}}{\partial x^2} + \beta \left(\frac{T_1}{s} - T_{x,s} \right) \quad (5)$$

Para tiempo igual a cero la temperatura es uniforme para todo valor de x , de tal manera que $T_{x,t=0} = T_0$. Entonces, para

$T_{x,t=0} = T$ si se define $A = \frac{1}{\alpha}(s + \beta)$ y $B = \frac{1}{\alpha} \left(T_0 + \beta \frac{T_1}{s} \right)$ la ecuación (5) se escribe:

$$AT_{x,s} - B = \frac{d^2 T_{x,s}}{dx^2} \quad (6)$$

La ecuación (6) es una ecuación diferencial ordinaria con variable independiente x cuya solución es:

$$T_{x,s} = \frac{B}{A} + C_2 e^{-\sqrt{A}x} + C_3 e^{\sqrt{A}x} \quad (7)$$

Como para cualquier valor de tiempo, se tiene que cumplir que $\lim_{x \rightarrow \infty} T_{x,s} = \text{finito}$, entonces $C_3 = 0$, de tal forma que el comportamiento de T con respecto a x expresada en el campo laplaciano es:

$$T_{x,s} = \frac{(sT_0 + \beta T_1)}{s(s + \beta)} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{s+\beta}{\alpha}}x} \quad (8)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación (8) se obtiene la solución de la ecuación diferencial parcial (1):

$$T_{x,t} = T_1 + (T_0 - T_1) \exp(-\beta t) + \frac{C}{2\sqrt{\pi}} \exp(-\beta t) \frac{x}{\sqrt{\alpha t}} \exp\left(-\frac{1}{4t} \frac{x^2}{\alpha}\right) \frac{1}{\sqrt{t}} \quad (9)$$

Para determinar la constante de integración C se considera que $T_{y,t} = T_1$, por lo tanto:

$$C = -2\sqrt{\pi} \frac{\sqrt{t}}{y e^{-\beta t} e^{-\frac{1}{4t} \frac{y^2}{\alpha}}} \sqrt{t\alpha} (T_1 + e^{-\beta t} (T_0 - T_1)) \quad (10)$$

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (9) se obtiene:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1) \left(\exp(-\beta t) - \frac{x}{y} \exp\left(-\beta t - \frac{y^2}{4t\alpha} \left(\frac{x^2}{y^2} - 1\right)\right) \right) \quad (11)$$

La ecuación (11) es válida para $x \geq y$ y describe el comportamiento temporal del perfil de temperatura en el sólido cuando SE transfiere calor por conducción. En esta ecuación $x = y$ representa la superficie del sólido expuesta a la fuente de calor, donde $y > 0$.

Determinación del coeficiente de difusividad térmica

Para la determinación del coeficiente de difusividad térmica se ajustan los datos experimentales, que se muestran en la figura 2, al modelo fenomenológico dado por la ecuación (11) mediante técnicas de regresión no lineal. En este caso se aplicó el método de Marquardt, donde el proceso de estimación se detuvo debido a que se alcanzó la convergencia en la suma de los cuadrados de los residuos. El modelo estadístico ajustado, con un valor de r^2 igual a 97,10 %, fue:

$$T = 47,57 - 1,08 \exp(-0,0029 t) \left(13,67 + 0,77 \cdot x \cdot \exp\left(-0,1144 \frac{x^2 - 89,62}{t}\right) \right) \quad (12)$$

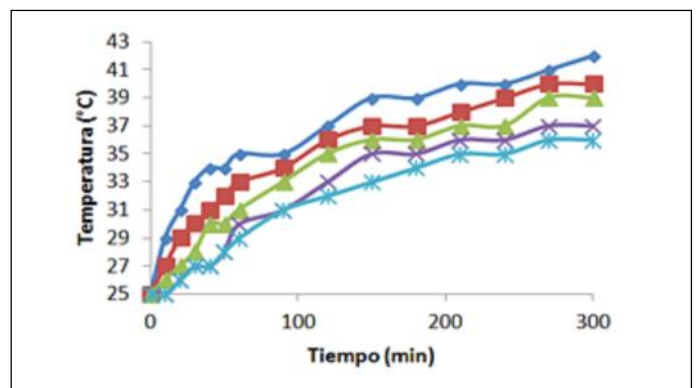


Fig. 2. Resultados experimentales obtenidos con temperatura de base 42 °C. De arriba abajo se observan curvas correspondientes a 1, 3, 5, 7 y 10 cm respectivamente

En las figuras 3 y 4 se muestran los resultados experimentales y los predichos por el modelo estadístico obtenido, así como la gráfica de los resultados observados vs predichos, respectivamente.

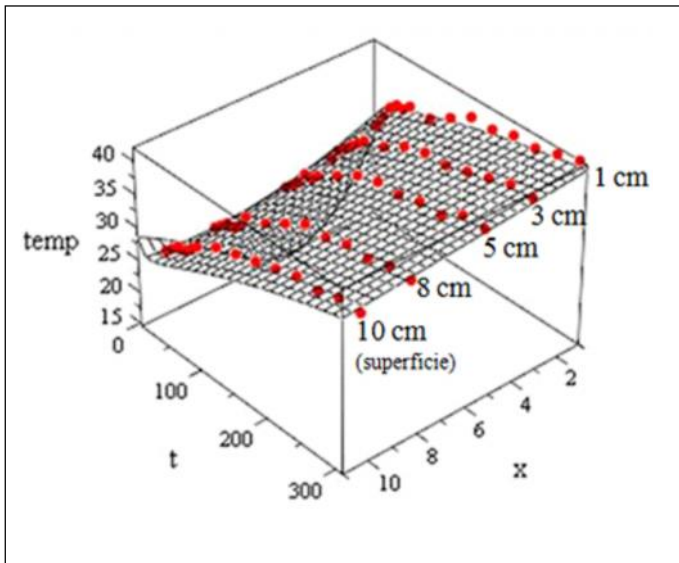


Fig. 3. Resultados experimentales (puntos) y resultados predichos por el modelo estadístico

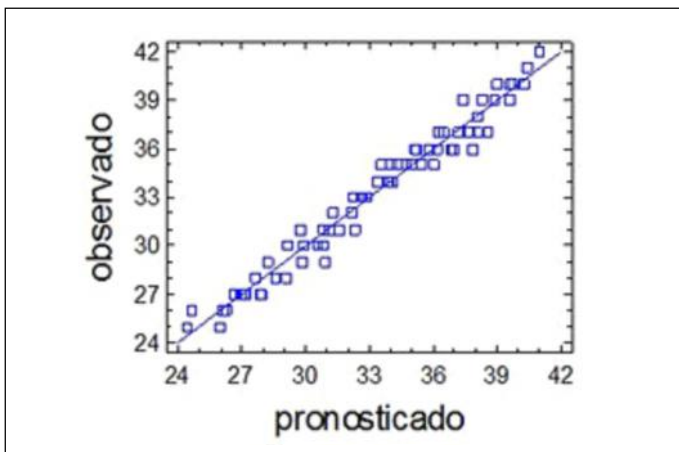


Fig. 4. Resultados predichos y pronosticados por el modelo

Considerando que el coeficiente de regresión del modelo ajustado es de 97 % y la relación entre los resultados observados y predichos se concluye que el modelo propuesto es apropiado, al menos para las condiciones experimentales que fueron establecidas en este caso en particular.

Del modelo ajustado se obtiene:

$$\alpha = 2,185 \text{ } 3\text{cm}^2 \text{ min}^{-1} = 0,036 \text{ } 4\text{cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$\beta = 0,002 \text{ } 9 \text{ min}^{-1} = 4,83 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Los valores hallados se corresponden con otros materiales que se encuentran con difusividad menor a la del concreto y similares a la del adobe [14]

A partir de los valores de α y β y el modelo propuesto, es posible predecir el comportamiento temporal del perfil de temperatura que se establece en la pared para diferentes valores de temperatura inicial y de la fuente, respectivamente.

Cuando este fue probado para los resultados reportados en la literatura para una temperatura de 60 °C de acuerdo con Suárez-Domínguez, *et. al.* 2014, se encontró un coeficiente de correlación superior al 95 % [15]. Dichos resultados se muestran en la figura 4.

Los resultados observados en la figura 4 se construyeron a partir de los valores de α y β encontrados en este trabajo pero para una temperatura inicial de 60 °C.

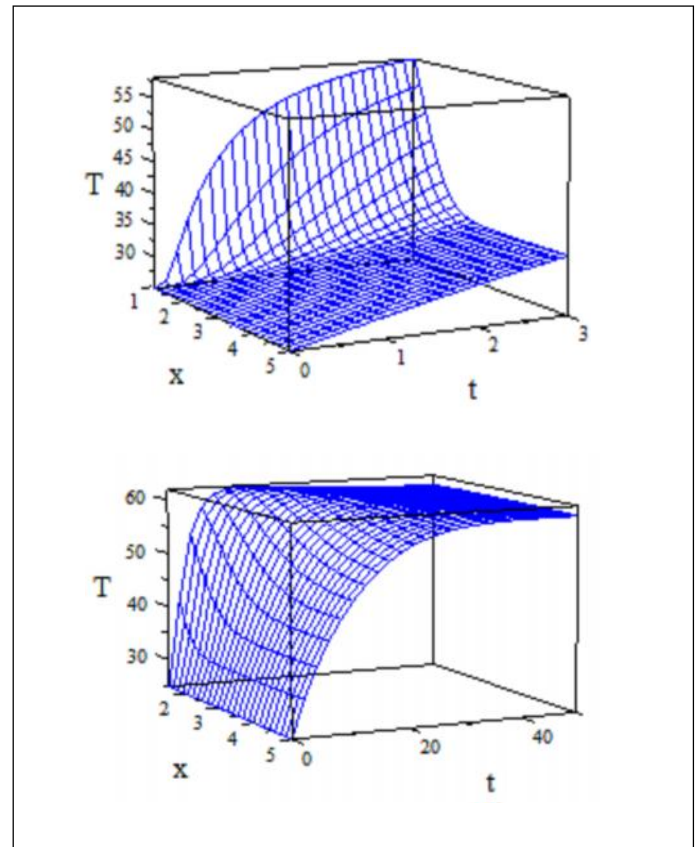


Fig. 5. Resultados de aplicación del modelo para 60°C y obtenidos por Suárez-Domínguez *et.al.* 2014

CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo que se acopla a los resultados experimentales obtenidos para 42°C y a los resultados reportados en la literatura para 60°C.

Mediante el desarrollo del modelo presentado es posible predecir los perfiles de temperatura con respecto al tiempo. Es importante señalar que esto solo es posible para tiempos mayores que cero y que debe contemplarse una distancia finita (espesor) del sólido estudiado.

REFERENCIAS

1. CID FALCETO, J.; RUIZ MAZARRON, F.; CAÑAS GUERRERO, I. "Las normativas de construcción con tierra en el mundo. Informes de la construcción". *Revista de Información Técnica*. 2011, vol. 63, núm. 523, pp. 159-169. ISSN: E 1988-3234, ISSN:L 0020-0883.

2. **HALL, M.; DJERBIB, Y.** "Rammed earth sample production: context, recommendations and consistency". *Construction and Building Materials*, 2004, vol. 18, núm. 4, pp. 281-286. 2004. ISSN: 0950-0618.
3. **SUÁREZ DOMÍNGUEZ, E. J.; ARANDA JIMÉNEZ, Y. G.; ROUX GUTIÉRREZ, R. S.** "Tierra vertida: Una descripción global. Arquitectura y Humanidades". 2013. Disponible en: <http://www.architectum.edu.mx/Architectumtemp/colaboradores/dominguez.et.al/dominguez.et.al.htm> Consultado junio 2014.
4. **HALL, M. R.; ALLINSON, D.** "Transient numerical and physical modelling of temperature profile evolution in stabilized rammed earth walls". *Applied Thermal Engineering*. 2010, vol. 30, núm. 5, pp. 433-441. ISSN: 1359-4311.
5. **CIANCIO, D.; GIBBINGS, J.** "Experimental investigation on the compressive strength of cored and molded cement-stabilized rammed earth samples". *Construction and Building Materials*. 2012, vol. 28, núm. 1, pp. 294-304. ISSN: 0950-0618.
6. **MANDAL, S. K.; SINHA, K.** "Achieving energy efficiency in buildings design through innovative planning and design solutions", En memorias de International Conference on Sustainable Built Environment. 2010, pp. 374-383. Disponible en: <http://dl.lib.mrt.ac.lk/handle/123/9304>. Consultado: junio 2014.
7. **DONG, X.; SOEBARTO, V.; GRIFFITH, M.** "Strategies for reducing heating and cooling loads of uninsulated rammed earth wall houses". *Energy and Buildings*. 2014, vol. 77, pp. 323-331. ISSN: 0378-7788.
8. **MOUNIR, S.; MAALOUFA, Y.; KHABBAZI, A.** "Thermal properties of the composite material clay/granular cork". *Construction and Building Materials*. 2014, vol. 70, pp. 183-190. ISSN: 0950-0618.
9. **CHEN, D.** "Three-dimensional steady-state ground heat transfer for multi-zone buildings". *Journal of Building Performance Simulation*. 2014, pp. 1-13. ISSN : 1940-1493.
10. **WANG, X.; MA, F.; ZHENG, H.** *Numerical Calculation and Analysis of Apply for the Heat Transfer Performance of Porous Brick*. In Proceedings of the 8th International Symposium on Heating, Ventilation and Air Conditioning. Springer Berlin Heidelberg, 2014, pp. 713-721. ISBN: 978-3-642-39580-2.
11. **ARANDA JIMÉNEZ, Y. G.; GONZÁLEZ DEFELICE, A. A.** "Tierra vertida. Hormigón Verde. Estudio de los materiales componentes, su dosificación, interacción y puesta en obra de dos contextos". *Informe Técnico*. Programa de cooperación bilateral México- Argentina. CONACYT-MINCYT, 2012.
12. **NMX-C-160-ONNCE-2004**, Norma Mexicana. Industria de la construcción - Concreto - Elaboración y curado en obra de especímenes de concreto. 2004, Secretaría Mexicana de Economía. Disponible en: <http://www.economia.gob.mx/comunidad-negocios/competitividad-normatividad/normalizacion/catalogo-mexicano-de-normas>. Consultado: junio 2014.
13. **LIRA CORTÉS, L.; GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, O. J.; MÉNDEZ LÁNGO, E.** *Medición de la conductividad térmica de algunos materiales utilizados en edificaciones*. En Simposio de Metrología. Santiago de Querétaro, México, 22 al 24 de octubre 2008. Disponible en: https://cenam.gob.mx/simposio2008/sm_2008/memorias/S4/SM2008-S4C2-1100.pdf consultado junio 2014.
14. **REVUELTA ACOSTA, J. D.; GARCIA DÍAZ, A.; SOTO ZARAZUA, G. M.; RICO GARCIA, E.** "Adobe as a sustainable material: A thermal performance". *Journal of Applied Sciences (Faisalabad)*. 2010, vol. 10, núm. 19, pp. 2211-2216. ISSN: 1812-5654.
15. **SUÁREZ DOMÍNGUEZ, E.J.; ARANDA JIMÉNEZ, Y.G.; PALACIO PÉREZ, A.; IZQUIERDO KULICH, E.** "Modelo matemático para la descripción de la transferencia de calor en estado no estacionario para tierra vertida". *Revista Novascientia*. 2014, vol. 12, núm. 2, pp. 379-390. ISSN: 2007-0705.

AUTORES

Edgardo Jonathan Suárez Domínguez

Ingeniero Químico Industrial, Arquitecto, Maestro en Ingeniería, Investigador, Profesor, Mexican Institute of Complex Systems, Tamaulipas, México

Yolanda Guadalupe Aranda Jiménez

Arquitecta, Doctora en Arquitectura, Investigadora, Profesora, Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo, Universidad Autónoma de Tamaulipas, Campus Tampico-Madero, México

Arturo Palacio Pérez

Ingeniero Mecánico, Doctor en Ingeniería Mecánica Teórica, Investigador, Profesor, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México D.F.

Elena Izquierdo Kulich

Ingeniera Química, Doctora en Ciencias Técnicas, Investigadora, Profesora Titular, Departamento de Química-Física, Facultad de Química, Universidad de La Habana, La Habana, Cuba

Determination of Time and Temperature Profiles in a Poured Earth Heat Transfer Process

Abstract

Poured earth is a current alternative in architecture that could provide a solution for building in places with low-income populations because it uses earth located in the surrounding medium. There are several characteristics of the material that must be studied, including thermal conductivity, mainly at regions with extreme climates due to intervening in comfort levels of users. Because of this it is necessary to have mathematical models to predict the heat flux temperature and in turn along poured earth elements for further design. In this paper a non-stationary model for heat flow in a poured earth wall is proposed to describe non stationary flux in it. It was found that the model created engages over 95% for more representative case found at Mexico.

Key words: poured earth, temperature profile, heat transfer